UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

OFFICE DU BACCALAUREAT
BP 5005-DAKAR-Fann-Sénégal
Serveur Vocal : 628 05 59
Téléfax (221) 33 864 67 39 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81

12 G 18 Bis B01
2 heures
Série S1-S3 Coef 8

Epreuve du $2^{\text{ième}}$ groupe

MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude.(CF.Circulaire n^0 5990/OB/DIR. du 12 08 1998)

Exercice 1 (5 *points*).

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x + 1 + \ln(x+1) - \ln(x+2)$ et soit (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1. Calculer $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} f(x)$ et montrer que la droite d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe (C_f). Préciser la position de cette asymptote par rapport à (C_f). $1,5$ **pts** $= 3 \times 0,5$ **pt**

2. a. Calculer $\lim\limits_{x \mapsto -1} f(x)$.

$0,25$ **pts**

b. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. $0,25$ **pts**

c. Donner une équation de la tangente T_0 à la courbe (C_f) au point d'abscisse 0.

$0,25$ **pts**

d. Tracer la tangente T_0, la courbe (C_f) ainsi que ses asymptotes.

$0,25$ **pts**

3. Calculer $\displaystyle\int_0^2 \left[f(x) + \ln\frac{x+2}{x+1}\right] dx$

Exercice 2 (5 *points*).

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1,1,0)$, $B(1,2,1)$ et $C(3,-1,2)$.

1. a. Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b. Démontrer que le plan (ABC) a pour équation cartésienne : $2x + y - z - 3 = 0$.

2. On considère les plans (P) et (Q) d'équations respectives : $x+2y-z-4 = 0$ et $2x+3y-2z-5 = 0$.

Démontrer que l'intersection des plans (P) et (Q) est une droite (D), dont on donnera un système d'équations paramétriques.

3. Déterminer l'intersection des plans $(ABC), (P)$ et (Q)

4. Déterminer la distance du point A à la droite (D).

Exercice 3 (5 *points*). . Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct.

A tout point M du plan d'affixe z non nulle on associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = \dfrac{1}{\overline{z}}$ où z' est le conjugué de z.

1. Déterminer une relation entre les arguments de z et z'. En déduire que les points O, M et M' sont alignés.

2. Démontrer que $\overline{z' + 1} = \dfrac{1}{z}(z+1)$.

3. On désigne par A le point d'affixe 1 et on note (C) l'ensemble des points M du plan dont l'affixe z vérifie : $|z-1|=1$.

a. Quelle est la nature de l'ensemble (C) ?

b. Montrer que M appartient à (C) si et seulement si $|z'-1|=|z'|$.

c. Quel est l'ensemble des points M' du plan lorsque M décrit (C) ?

Exercice 4 (5 *points*)**.**

Une urne contient 15 jetons numérotés de 1 à 15, indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise 3 jetons de l'urne.

1. On considère les événements suivants :
E_1 : « Les trois jetons portent de numéros premiers. »
E_2 : « Les trois jetons portent de numéros pairs. »
E_3 : « Au moins un des jetons a un numéro impair. »
Calculer $p(E_1), p(E_2), p(E_3)$ et $p(E_1 \cap E_2)$. Les événements E_1 et E_2 sont-ils indépendants ?

2. Soit k un entier tel que $3 \leq k \leq 13$. On considère les événements suivants :
A_k :« k est le plus petit des numéros des jetons tirés. »
B_k :« k est le plus grand des numéros des jetons tirés. »

a. Calculer $p(A_{10})$ et $p(B_{10})$.

b. Déterminer les valeurs de k pour lesquelles on a $p(A_k) = p(B_k)$.