Sujet 1 Groupe 1

Exercice 1

1)

Pièces tirées	100 et 100	100 et 50	100 et 25	50 et 50	50 et 25
Gain obtenu (CFA)	200	150	125	100	75

2) $p(A) = \dfrac{C_3^2}{C_6^2}$

$P(B) = \dfrac{C_3^2 + C_2^2}{C_6^2}$

$P(C) = \dfrac{C_3^2 + C_3^1 \times C_2^1}{C_6^2}$

$P(D) = \dfrac{C_3^1 \times C_1^1 + C_2^2 + C_2^1 \times C_1^1 + C_3^1 \times C_2^1}{C_6^2}$

Exercice 2 :

$h(x) = \dfrac{2e^x+1}{e^x+1}$

1) $h(x)$ existe si $e^x+1 \neq 0$ or $e^x+1 \neq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$

donc $D_h = \mathbb{R}$

2) $h(x) = 1 + \dfrac{e^x}{1+e^x}$? on a : $1 + \dfrac{e^x}{1+e^x} = \dfrac{1+e^x+e^x}{1+e^x}$,

$= \dfrac{2e^x+1}{e^x+1} = h$

donc $\forall x \in \mathbb{R}$, $h(x) = 1 + \dfrac{e^x}{e^x+1}$

3) Soit $k(x) = x + \ln(e^x+1)$

k est défini et dérivable sur $\mathbb{R}$,

on a : $k'(x) = 1 + \dfrac{e^x}{1+e^x} = h(x)$.

4) $J = \int_0^2 h(x)\,dx = \int_0^2 \left(1 + \dfrac{e^x}{1+e^x}\right) dx$

$= \left. k(x) \right]_0^2$

$= k(2) - k(0)$

$= 2 + \ln(e^2+1) - \ln 2$.

$= 2 + \ln\left(\dfrac{e^2+1}{2}\right)$.

Exercice 3 :

$f(x) = \dfrac{x^2}{x^2+2x-3}$

1) $D_f = \mathbb{R} - \{1 ; -3\}$

$=]-\infty ; -3[\cup]-3 ; 1[\cup]1 ; +\infty[$

2) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 1$ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$

$\lim_{x\to -3^-} f(x) = +\infty$ $\qquad$ $\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to -3^+} f(x) = -\infty$ $\qquad$ $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$

3) $D : y = 1$ A.H

$D' : x = -3$ A.V

$D'' : x = 1$ A.V

4) $$f'(x) = \frac{2x(x^2+2x-3) - x^2(2x+2)}{(x^2+2x-3)^2}$$

$$= \frac{\cancel{2x^3} + 4x^2 - 6x - \cancel{2x^3} - 2x^2}{(x^2+2x-3)^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 6x}{(x^2+2x-3)^2}$$

5) $f'(x) > 0$ si $x \in \left]-\infty, 0\right[\cup \left]3, +\infty\right[- \{-3\}$

$f'(x) < 0$ si $x \in \left]0, 1\right[\cup \left]1, 3\right[$

x	$-\infty$		-3		0		1		3		$+\infty$
f'		$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
f	1	$\nearrow$ $+\infty$	$\|\|$	$-\infty$ $\nearrow$	0	$\searrow$ $-\infty$	$\|\|$	$+\infty$ $\searrow$	$\frac{3}{4}$	$\nearrow$	1

b) $T: y = f'(3/2)(x - 3/2) + f(3/2)$

$= -2(x - 3/2) + 1$

$= -2x + 3 + 1$

$T: y = -2x + 4$