



**MATHEMATIQUES**

**EXERCICE 1**

(4 pts)

On considère la série statistique à double caractère, X et Y, donnée par le tableau ci-dessous.

$\begin{matrix} X \\ \backslash \\ Y \end{matrix}$	$45 \leq x < 50$	$50 \leq x < 55$	$55 \leq x < 60$
$150 \leq y < 155$	9	1	0
$155 \leq y < 160$	18	4	1
$160 \leq y < 165$	5	12	6

- Calculer la moyenne  $\bar{X}$  et l'écart type  $\delta_X$  de la variable X. (1 pt)
  - Calculer la moyenne  $\bar{Y}$  et l'écart type  $\delta_Y$  de la variable Y. (1 pt)
- Calculer le coefficient de corrélation entre X et Y. (1,5 pt)
  - Un ajustement affine de la série (X, Y) est-il justifié ? (0,5 pt)

**EXERCICE 2**

(7 pts)

La fonction f a pour tableau de variations :

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
f		-5	$+\infty$	
	$-\infty$		$-\infty$	$-\infty$

- Donner en utilisant ce tableau les limites suivantes :
  - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(\sqrt{x})$ . (0,5 pt)
  - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(-1 + \frac{1}{x}\right)$ . (0,5 pt)
  - $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5}{f(x)+3}$ . (0,5 pt)
- Déterminer le nombre de solutions dans  $D_f$  de l'équation :  $f(x) = 5$ . (0,5 pt)
- Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une racine unique  $\alpha > 0$ . En déduire le signe de  $f(x)$  suivant les valeurs de x. (1 pt)
- Dans cette question, on suppose que f est dérivable en tout point de  $D_f$ .
  - Préciser le nombre dérivé de f en -1 en le justifiant clairement. (0,75 pt)
  - Dresser le tableau de signe de f' dérivée de f. (0,75 pt)
- On suppose maintenant que le point d'abscisse -1 est un point anguleux de la courbe représentative de f à demi-tangentes non verticales et non horizontales.
  - Préciser le signe des nombres dérivés de f à gauche et à droite en -1. (1 pt)
  - Tracer une courbe susceptible de représenter f dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  d'unité graphique 1 cm. (1,5 pt)

**EXERCICE 3**

(04 pts)

- Résoudre l'équation différentielle (E) :  $4y'' - 8y' + 13y = 0$ . (1,5 pt)
- Déterminer la solution particulière f de (E) dont la courbe représentative  $\mathcal{C}$  passe par le point  $A\left(\frac{\pi}{2}; 3\right)$  et admet une tangente parallèle à la droite d'équation  $y = 0$  en ce point. (2,5 pts)

**EXERCICE 4**

(05 pts)

Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_n = \int_n^{n+1} e^{-2x} dx$ .

- Calculer  $u_0, u_1$  et  $u_2$ . (1,5 pt)
- Montrer que  $u_n = -\frac{1}{2} e^{-2n}(e^{-2} - 1)$ . (1,5 pt)
- Démontrer que  $(u_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison. (1 pt)
- Calculer la somme :  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$ . (1 pt)