UNIVERSITÉ CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

10 G 26 A R
OFFICE DU BACCALAUREAT
Téléfax (221) 33 824 65 81 - Tél. : 33 824 95 92 - 33 824 65 81

Durée : 4 heures
Séries : S2-S2A-S4-S5 – Coef. 5

Epreuve du 1er groupe

M A T H E M A T I Q U E S

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12.08.1988).

EXERCICE 1 (03,5 points)

Le tableau suivant donne le montant y (en millions de dollars des droits de retransmission télévisée des jeux olympiques d'été de 1972 à 1992 avec x le rang.

Ville et année	Rang de l'année x_i	Montant y_i
Munich 1972	1	15,2
Montréal 1976	2	29,5
Moscou 1980	3	92,6
Los Angeles 1984	4	288,0
Séoul 1988	5	402,0
Barcelone 1992	6	634,5

1) Représenter les nuages de points M_i (x_i, y_i) dans le plan muni d'un repère orthogonal. Unité graphique : 2 cm pour un rang sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 50 millions de dollars sur l'axe des ordonnées. **(0,5 point)**
2) On pose $z = \ln y$.
   Déterminer l'équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés. Les valeurs z_i de z, les coefficients a et b de la droite de régression seront arrondis au centième prés. **(01,5 point)**
3) Déduire de la question précédente une relation entre y et x de la forme $y = \alpha.\beta^x$. Les coefficients α et β seront arrondis au centième prés. **(01 point)**
4) A l'aide de la question précédente, donner une estimation de ce que devrait être le montant des droits de retransmission pour les jeux olympiques d'Atlanta en 1996. **(0,5 point)**

EXERCICE 2 (05 points)

On a posé à 1000 personnes la question suivante : « Combien de fois êtes-vous arrivé en retard au travail au cours des deux derniers mois » ? Les réponses ont été regroupées dans le tableau suivant :

Retard du 1er mois / Retard du 2ème mois	0	1	2	Total
0	262	212	73	547
1	250	73	23	346
2	60	33	14	107
Total	572	318	110	1000

1) On choisit un individu de cette population.
   Déterminer la probabilité pour que l'individu ait au moins un retard :
   a) Le premier mois, **(0,5 point)**
   b) Le deuxième mois sachant qu'il n'en a pas eu le premier mois. **(0,5 point)**

2) On souhaite faire une étude de l'évolution du nombre de retards sur un nombre n de mois (n entier non nul). On fait les synthèses suivantes :

- Si l'individu n'a pas eu de retard le mois n, la probabilité d'avoir zéro retard le mois n + 1 est 0,46.
- Si l'individu a eu exactement un retard le mois n, la probabilité de ne pas avoir de retard le mois n +1 est 0,66.
- Si l'individu a eu deux retards le mois n, la probabilité de ne pas avoir de retard le mois n + 1 est encore 0,66.

On note R_n^0, l'événement « l'individu n'a eu aucun retard le mois n »,
R_n^1, l'événement « l'individu a eu exactement un retard le mois n »,
R_n^2, l'événement « l'individu a eu deux retards le mois n ». Les probabilités des événements R_n^0, R_n^1et R_n^2sont respectivement notées p_n, q_n et r_n.

a) Pour le premier mois (n = 1), la probabilité $p_1 = p\ (R_1^0)$, $q_1 = 1(R_1^1)$ et $r_1 = p(R_1^2)$ sont obtenues à l'aide du tableau précédent. Déterminer les probabilités p_1, q_1 et r_1. **(0,75 point)**

b) Monter que $p_{n+1} = 0{,}46\ p_n + 0{,}66\ q_n + 0{,}66\ r_n$. On pourra s'aider d'un arbre. **(01 point)**

c) Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, $p_{n+1} = -0{,}2\ p_n + 0{,}66$. **(0,75 point)**

d) Soit la suite $(u_n)_{n\geq1}$ définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = p_n - 0{,}55$. Démontrer que $(u_n)_{n\geq1}$ est une suite géométrique dont on donnera la raison. **(0,75 point)**

e) Déterminer la limite lorsque n tend vers $+\infty$ de u_n puis en déduire celle de p_n. **(0,75 point)**

PROBLEME **(11,5 points)**

Soit f la fonction numérique à variable réelle définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 + e^{x-1}, & \text{si } x \leq 1 \\ x + \ln\left(\frac{1+x}{2x}\right), & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

1) Vérifier que f est définie sur $\mathbb{R}$. **(0,5 point)**

2) Etudier la continuité de f en 1 et la dérivabilité de f en 1. **(0,5 + 0,75 points)**
Interpréter graphiquement les résultats. **(0,5 point)**

3) a) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. **(0,5 point)**
b. Démontrer que, (D_1) : y = x – 1 est un asymptote oblique de (C_f), courbe représentative de f, au voisinage de $-\infty$. **(0,5 point)**
c. Démontrer que (D_2) : y = x – ln2 est une asymptote oblique de (C_f) au voisinage de $+\infty$. **(0,5 point)**
d. Déterminer les positons relatives de (D_1) et (D_2), respectivement, par rapport à (C_f). **(0,5 + 0,5 point)**

4) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations. **(01,5 point)**.

5) Tracer (C_f) dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité 1 cm. Tracer les droites remarquables. **(02 points)**

6) Etablir que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle I à préciser. **(0,75 point)**

7) Tracer $(C_{f^{-1}})$, la courbe de f^{-1} réciproque de f, dans le repère précédent. **(01 point)**

8) a) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du domaine délimité par la courbe C_f, la première bissectrice et les droites d'équations respectives x = 1 et x = 3. **(01 point)**
b) En déduire l'aire délimitée par (C_f), $(C_{f^{-1}})$ et les droites d'équation x = 1 et x = 3. On justifiera la réponse. **(0,5 point)**