



MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 (10 points)

Questionnaire à Choix Multiples

Dans chacun des 5 cas ci-dessous, une seule des trois déclarations A, B et C est vraie.

Recopier la et justifier votre choix. (02 pts + 02 pts + 02 pts + 02 pts + 02 pts)

- 1) L'équation différentielle : $y'' + 4y' + 5y = 0$ admet pour solution générale φ telle que :
 - A) $\varphi(x) = \lambda e^x + \mu e^{-2x}$, $(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2$, $x \in \mathbb{R}$.
 - B) $\varphi(x) = (\lambda \cos x + \mu \sin x) e^{-2x}$, $(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2$, $x \in \mathbb{R}$.
 - C) $\varphi(x) = [\lambda \cos(-2x) + \mu \sin(-2x)] e^x$, $(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2$, $x \in \mathbb{R}$.
- 2) Si $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite strictement croissante de premier terme -12 et est majorée par 4, alors :
 - A) $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.
 - B) $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers -12.
 - C) $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers 4.
- 3) L'intégrale $I = \int_0^1 \sin(\pi x) dx$ est égale à :
 - A) 2π .
 - B) $\frac{2}{\pi}$.
 - C) $\frac{1}{2\pi}$.
- 4) La courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto x^3 - 3x + 4$, $x \in \mathbb{R}$ dans un repère orthonormal, admet Ω comme point d'inflexion :
 - A) $\Omega(0 ; 4)$.
 - B) $\Omega(0 ; -3)$.
 - C) $\Omega(1 ; 2)$.
- 5) On tire simultanément cinq cartes d'un jeu de trente-deux cartes, ce qui forme « une main ». Quel est le nombre de mains possibles ?
 - A) $C_{32}^5 = 201\,376$
 - B) $A_{32}^5 = 24\,165\,120$
 - C) $(32)^5 = 33\,554\,432$

EXERCICE 2 (04 points)

- 1) a) Résoudre dans \mathbb{C} , l'ensemble des nombres complexes, l'équation suivante :
 $z^2 - 2\sqrt{2}z + 3 = 0$. (01 point)
- b) On note a, la solution dont la partie imaginaire est positive et b l'autre solution.
Ecrire $c = -a + b$ sous forme exponentielle. (0,5 point)

Epreuve du 2^{ème} groupe

- 2) Soit f l'application de \mathbb{C} dans \mathbb{C} définie par : $f(z) = z e^{i\pi/2}$.
- a) Calculer $f(a)$, $f(b)$ et $f(c)$. Exprimer les sous forme algébrique. **(01,5 point)**
- b) Préciser la nature de l'application du plan \mathcal{P} dans \mathcal{P} qui, à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' . **(01 point)**

EXERCICE 3 (06 points)

On considère la fonction numérique g définie par :

$$\begin{cases} g(x) = e^x - x - 1, & \text{si } x < 0, \\ g(x) = 0, & \text{si } x = 0, \\ g(x) = x \ln(x + 1), & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de g . **(0,5 point)**
- 2) Etudier les limites de g en $-\infty$, en 0 et en $+\infty$, g est-elle continue en 0 ? **(01,5 point)**
- 3) Calculer $g'(x)$ sur chacun des intervalles $]-\infty ; 0[$ et $]0 ; +\infty[$. **(01,5 point)**
- 4) Etudier la limite de g' en 0 . La fonction g est-elle dérivable en 0 ? **(01,5 point)**
- 5) a) Déterminer le signe de g' . **(0,5 point)**
- b) Dresser le tableau de variation de g . **(0,5 point)**