

**M A T H E M A T I Q U E S****PROBLEME** (11 points)**PARTIE A :**

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = 1 - (x + 1)e^x$ .

- 1) Etudier les variations de  $g$ . (01 pt)
- 2) Calculer la limite de  $g$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ . (0,5 pt)
- 3) Calculer  $g(0)$ . Dresser le tableau de variation de  $g$  et en déduire le signe de  $g(x)$  pour  $x \in \mathbb{R}$ . (01,5 pts)

**PARTIE B :**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x + 1 - x.e^x$  et  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 2 cm.

- 1) Déterminer le domaine de définition  $D_f$  de  $f$  et calculer les limites aux bornes de  $D_f$ . (01,5 pts)
- 2) Montrer que  $f'(x) = g(x)$  puis dresser le tableau de variation de  $f$ . (01,5 pts)
- 3) Montrer que la droite  $(D) : y = x + 1$  est une asymptote oblique pour  $C_f$  en  $-\infty$ . (0,5 pt)
- 4) Etudier la branche infinie en  $+\infty$ . (0,5 pt)
- 5) Soit  $h$  la restriction de  $f$  à l'intervalle  $I = ]0 ; +\infty[$ . Montrer que  $h$  est une bijection de  $I$  vers un intervalle  $J$  à préciser. (0,5 pt)
- 6) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet deux solutions  $\alpha$  et  $\beta$  avec  $\alpha \in ]-1,4 ; -1,3[$  et  $\beta \in ]0,8 ; 0,9[$  puis tracer  $C_f$  et  $C_{h^{-1}}$  dans le même repère. (02,5 pts)
- 7) En utilisant une intégration par partie, calculer  $\int_{-1}^0 x.e^x dx$ . En déduire l'aire, en  $cm^2$ , du domaine limité par  $C_f$ ,  $(D)$ , l'axe des ordonnées et la droite d'équation  $x = -1$ . (01 pt)

**EXERCICE N°1 :** (04 points)

- 1) Mr Khidma dépose en banque le 01/01/2000 une somme de 1 000 000 F. Trois ans après, il dépose à nouveau 1 500 000 F. De quelle somme disposera-t-il dans son compte le 01/01/2009 avec un taux annuel de capitalisation de 5% ? (01 pt)
- 2) Il veut acquérir un logement dont l'apport personnel est de 5 000 000 F. A quelle date aura-t-il ce montant dans son compte ? (01,5 pts)
- 3) Ce logement est vendu à 20 000 000 F comptant le jour de la négociation ou bien par un versement de l'apport personnel le jour de la négociation et de 10 annuités constantes dont la première est versée un an après le versement de l'apport. Calculer le montant de l'annuité constante sachant que les deux modes de règlements sont équivalents le jour de la négociation avec un taux annuel d'actualisation de 5%. (01,5 pts)

**EXERCICE N2 : (05 points)**

Soit la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

1) Calculer la matrice  $A^2$ . **(01 pt)**

2) Montrer que A est une matrice inversible. **(0,5 pt)**

3) Déterminer la matrice inverse  $A^{-1}$  de A par la méthode du pivot de Gauss.

En déduire l'ensemble des solutions du système  $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + z = -1 \\ 2z + y = -8 \end{cases}$  **(03,5 pts)**