OFFICE DU BACCALAUREAT
Téléfax (221) 824 65 81 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81

08 T 21 A 01
Durée : 3 heures
Série : F6 – Coef. 4

Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (05 points)

On considère l'équation de variable complexe suivante :

$$(E) : z^4 - (3 + 4i)\, z^2 + 32 + 24i = 0$$

1. Déterminer les racines carrées des nombres complexes suivants $Z_1 = 3 - 4i$ et $Z_2 = 8i$ **(0,5 x 02 = 01 point)**

2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). **(02 points)**
3. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On désigne par A $(2 - i)$; B $(2 + 2i)$; C $(-2 + i)$ et D $(-2 - 2i)$ quatre points du plan.

   a) Montrer que $\dfrac{z_A - z_B}{z_C - z_D}$ est un nombre réel. **(0,5 point)**
   b) En déduire la nature du quadrilatère ABCD. **(0,5 point)**

4. Soit r la rotation de centre A et d'angle $-\dfrac{\pi}{4}$; donner l'affixe du point E tel que r (E) = B.

   (01 point)

EXERCICE 2 (04,5 points)

1. Développer $(13 \ln 3 + 1)^2$, en déduire les solutions de l'équation $x^2 \ln 3 + (1 + \ln 3)\, x - 42 \ln 3 - 6 = 0$. **(0,5 x 02 = 01 point)**

2. On considère la suite (V_n) définie par $V_n = 3^{-n}\, e^{\frac{n}{2}+1}$, $n \in \mathbb{N}$.
   a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. **(01 point)**
   b) La suite (V_n) est elle convergente ? (Justifier) **(0,5 point)**

3. On pose $U_n = \dfrac{n+3}{2} - \ln V_n$.
   a) Montrer que (Un) est une suite arithmétique. **(01 point)**
   b) Trouver la valeur de n pour que la somme $S_n = U_0 + U_1 + \ldots + U_n$ soit égale à $\dfrac{7 + 42 \ln 3}{2}$. **(01 point)**

Epreuvre du 1er groupe

PROBLEME **(10,5 point)**

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur]0 ; +∞[par $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln(2x)$.

1) Etudier les limites de g aux bornes de son ensemble de définition. **(01 point)**
2) Etudier les variations de g et en déduire le signe de g(x). **(01 + 0,5 = 01,5 point)**

PARTIE B

On considère la fonction f définie sur]0 ; +∞[par $f(x) = x - 1 + 2\dfrac{\ln(2x)}{x}$

Soit ($\mathcal{C}$) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Etudier les limites de f aux bornes de Df. **(01 point)**
2) a) Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$. **(0,5 point)**

   b) En déduire le tableau de variation de f. **(0,75 point)**
3) a) Montrer que la droite (d) d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique pour la courbe de f. **(0,5 point)**

   b) Etudier la position relative de ($\mathcal{C}$) et (d). **(0,75 point)**
4) a) Déterminer par ses coordonnées, le point A de ($\mathcal{C}$) où la tangente est parallèle à la droite d'équation $\Delta : y = x$. **(01 point)**

   b) Donner l'équation de la tangente (T) en A à ($\mathcal{C}$). **(01 point)**
5) Construire (T), (d) et ($\mathcal{C}$) dans le même repère. **(01 point)**
6) Calculer l'aire du domaine plan délimité par la courbe ($\mathcal{C}$), la droite (d) et les droites d'équation $x = 1$ et $x = e$. **(01,5 point)**