UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
OFFICE DU BACCALAUREAT
Téléfax (221) 864 67 39 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81

08 T 05 A 01
Durée : 4 heures
Série : T1 – Coef. 5
Série : T2 – coef. 4

Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (04,5 points)

Le tableau suivant donne le poids Yi en kg en fonction de l'âge Xi d'un enfant.

Âge X_i en années	5	6	7	8	9	10	11	12
Poids Y_i	12	16	22	24	28	34	42	51

On pose $Z_i = \sqrt{Y_i}$

1. Donner le tableau de la série statistique (X_i, Z_i), on donnera les valeurs de Z_i à 10^{-2} près par défaut. **(0,25 point)**
2. Représenter le nuage de points associé à la série (X_i, Z_i) **(0,75 point)**
3. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série (X_i, Z_i) **(01,5 point)**
   En déduire qu'un ajustement affine est justifié.
4. a) Déterminer par la méthode des moindres carrées une équation de la droite de régression de Z en X. **(01,5 point)**
   b) Estimer le poids de l'enfant à l'âge de 15 ans. **(0,5 point)**

EXERCICE 2 (05 points)

1. Les réels θ_1, θ_2 et θ_3 sont dans cet ordre trois termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison $\frac{\pi}{3}$. **(01 point)**
   Calculer θ_2 et θ_3 en fonction de θ_1.
2. Sachant que r_1, r_2 et r_3 sont dans cet ordre trois termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$. **(01 point)**
   Calculer r_2 et r_3 en fonction de r_1.
3. On note par Zi le nombre complexe de module ri et dont un argument est θ_i, $i \in \{1, 2, 3\}$
   a) Calculer le module de $Z_1 . Z_2 . Z_3$ en fonction de r_1. **(0,5 point)**
   b) Déterminer un argument de $Z_1 . Z_2 . Z_3$ en fonction de θ_1. **(0,5 point)**
   c) On suppose que $\theta_1 \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0 \right]$ et $Z_1 . Z_2 . Z_3 = 8i$ **(02 points)**
   Déterminer les réels θ_1 et r_1.
   En déduire sous forme trigonométrique et sous forme algébrique les nombres complexes Z_1, Z_2 et Z_3.

<u>PROBLEME</u> **(10,5 points)**

I On considère la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = e^x - x$.

1. Calculer $f'(x)$, puis étudier son signe sur ℝ. **(01 point)**
2. Construire le tableau de variation de f on ne calcule pas $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ **(0,5 point)**
3. Justifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) > 0$. **(0,5 point)**

II Soit la fonction g définie par

$$\begin{cases} g(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - 1 & \text{si } x \le 0 \\ g(x) = \ln\left(e^x - x\right) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

On note par $(\mathcal{C})$ la courbe représentatives de g dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. a) Justifier que la fonction g est définie sur ℝ. **(0,25 point)**

   b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ **(0,5 point)**

   c) Vérifier que $g(x) = x + \ln(1 - x\,e^{-x})$ si $x \in \left]0 ; +\infty\right[$ **(01,5 point)**

   En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} [g(x) - x]$. Interpréter graphiquement les résultats.

2. Etudier la continuité de g en 0. **(0,5 point)**
3. a) Démontrer que $\dfrac{g(x)}{x} = \dfrac{e^x - 1}{x} - \dfrac{1}{2}x$ si $x < 0$. **(0,75 point)**

   En déduire $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x < 0}} \dfrac{g(x)}{x}$

   b) Vérifier que $\dfrac{g(x)}{x} = 1 - e^{-x}\left[\dfrac{\ln(1 - x\,e^{-x})}{-x\,e^{-x}}\right]$, si $x > 0$. **(0,5 point)**

   En posant $X = -x\,e^{-x}$

   calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \dfrac{\ln(1 - x\,e^{-x})}{-x\,e^{-x}}$, puis $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \dfrac{g(x)}{x}$ **(0,5 point)**

   c) La fonction g est-elle dérivable en zéro ? (Justifier) **(0,75 point)**

   Interpréter graphiquement le résultat. **(0,25 point)**

4. Calculer $g'(x)$ sur $]-\infty, 0]$ et sur $]0, +\infty[$.
   Etablir le tableau de variation de g. **(01 point)**
5. Tracer la courbe $(\mathcal{C})$. **(01 point)**
6. a) Démontrer que g est une bijection de ℝ sur un ensemble à préciser. **(0,5 point)**

   b) Tracer dans le même repère que $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de g^{-1} **(0,5 point)**