UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR 1/2

OFFICE DU BACCALAUREAT

Téléfax (221) 824 65 81 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81

09 T 37 A 01

Durée : 4 heures

Série : G – Coef. 5

Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (05 points)

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 7\,000$ et la relation de récurrence :

$U_n = 1{,}05\, U_{n-1} + 500$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Soit la suite (V_n) définie par : $V_n = U_n + 10\,000$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique. **(01 point)**
2) Calculer V_n en fonction de n. En déduire U_n en fonction de n. **(01 point)**
3) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + V_2 \ldots\ldots + V_n$ en fonction de n. **(01 point)**
4) En Mars 2000, la population électorale de la commune de Foundiougne était de 7 000 électeurs. Cette population électorale augmente de 5% par an et 500 électeurs viennent s'y implanter définitivement chaque année. Cette population en 2000 + n est donnée par la suite (U_n).
   a) Quelle est la population en Mars 2009 ? **(01 point)**
   b) Etant donné que le taux d'abstention est de 25%, déterminer le nombre de votants en Mars 2009 dans cette commune. **(01 point)**

EXERCICE 2 (04 points)

Une personne souscrit à un plan d'épargne rémunéré au taux bimestriel de 2%, pour la construction d'un bâtiment à usage commercial.

Elle verse 600 000 F par bimestre pendant 3 ans 6 mois

A la fin de ces versements, elle obtient un prêt égal à 4 fois le solde de son compte.

Le prêt obtenu ajouté au solde du compte, finance l'intégralité de la construction du bâtiment.

1) Calculer la valeur du bâtiment construit. **(01,5 point)**
2) Le prêt obtenu, est remboursable par des versements annuels constants de 9 959 700 F au taux de 8%, la première annuité deux ans après l'obtention du prêt.
   Calculer le nombre d'annuités à verser pour le remboursement intégral. **(01 point)**
3) Le bâtiment livré procure un loyer mensuel de 850 000 F placé automatiquement dans un compte d'épargne rémunéré au taux mensuel de 0,8%.
   Au bout de combien de temps le solde du compte d'épargne permettra de récupérer la somme totale investie pour la construction du bâtiment. **(01,5 point)**

PROBLEME

PARTIE A (04 points)

A.1) Etudier les variations de la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = x - 1 + \ln x$. **(01,5 point)**

A.2) Calculer $f(1)$, en déduire le signe de $f(x)$ pour $x \in\ ]0, +\infty[$. **(01 point)**

A.3) Montrer que f est une bijection de $]0, +\infty[$ sur un intervalle J à préciser. Calculer $f^{-1}(0)$ et $(f^{-1})'(0)$. **(01,5 point)**

Epreuve du 1er groupe

PARTIE B **(07 points)**

Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{x-1}{x}\ln x$.

B.1) Préciser le domaine de définition Dg de g et calculer les limites aux bornes de Dg. **(01,5 point)**

B.2) Calculer g'(x). Vérifier que, pour tout x > 0, $g'(x) = \frac{f(x)}{x^2}$. **(01 point)**

B.3) En utilisant 2) A), préciser le signe de g'(x) et dresser le tableau de variation de g. **(01 point)**

B.4) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{g(x)}{x}$ puis donner la direction de la branche infinie. **(0,5 point)**

B.5) Tracer dans un plan $\mathcal{P}$ rapporté à un repère orthonormal (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) d'unité 2 cm la courbe de la fonction g. **(01 point)**

B.6) **a)** Donner une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$. **(0,5 point)**

b) Par une intégration par parties, calculer $\int_1^e g(x)dx$. **(01 point)**

c) En déduire l'aire, en cm^2, du domaine plan délimité par la courbe Cg, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \frac{1}{e}$ et $x = e$. **(0,5 point)**